



Varianta evaluare sumativă - semestrul I – an școlar 2020-2021

Clasa XII-a, filiera tehnologică, profil tehnic

1. (2,5p) Pe $\mathbb{R}$ definim legea $x \circ y = -2xy + x + y, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

- Studiați asociativitatea legii " $\circ$ "
- Determinați elementul neutru al legii " $\circ$ "
- Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $x \circ (2 + x) = 2$.
- Determinați elementele simetrizabile ale mulțimii $\mathbb{R}$ în raport cu " $\circ$ ".
- Arătați că mulțimea $A = \{2k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ este parte stabilă a mulțimii numerelor reale în raport cu legea $\circ$.

2. (1p) Se consideră mulțimea $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 3b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$

- Arătați că $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}$ aparține mulțimii M și calculați A^2 .
- Arătați că, dacă $X, Y \in M$, atunci $X \cdot Y \in M$.

3. (1p) Rezolvați în $\mathbb{Z}_6$ ecuația $\hat{3}x + \hat{5} = \hat{3}$.

4. (2p) Calculați: a) $\int \left(\frac{4}{x^2 + 1} - 3x^2 + \frac{2}{x^3} \right) dx, x > 0$ b) $\int_1^e x^2 \ln x dx$

5. (1p) Se considera funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} (x-1)^2, & x \leq 1 \\ e^x - e, & x > 1 \end{cases}$.

a) Să se arate ca funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

b) Să se calculeze $\int_0^2 f(x) dx$.

6. (1,5p) Fie $f, g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2}, g(x) = x - 1 + \frac{4}{x}$.

- Să se verifice dacă funcția g este o primitivă a funcției f .
- Să se arate ca orice primitivă F a funcției f este crescătoare pe intervalul $(2, +\infty)$.
- Să se determine primitivă $G: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției g cu proprietatea că $G(1) = 4$.